

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ГРУНТАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММ ANSYS И LS-DYNA

Г.Г. Болдырев<sup>1</sup>, А.Ю. Муйземнек<sup>2</sup>, И.М. Мальшев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,

<sup>2</sup>CAD-FEM GmbH, Москва

<sup>3</sup>Московский государственный строительный университет

В работе приводится описание типовой последовательности моделирования деформационных процессов в грунтах, в качестве примеров приведены результаты испытаний песчаного грунта, идентификации параметров модели грунта, а также результаты решения тестовых и модельных задач.

Особенности процессов деформирования и разрушения грунтов, важность учета влияния на поведение грунтов многочисленных факторов обуславливают необходимость использования многоэтапной процедуры решения различных задач в области геотехники. Такая процедура предполагает наличие следующих этапов - испытания материала, идентификации параметров определяющего соотношения (модели материала), решения тестовых задач, проведения и моделирования полунатурных испытаний, моделирования реальных деформационных процессов. Содержание и объем каждого этапа определяется целями математического моделирования или расчета. Сама процедура может быть итерационной.

Целью данной работы являлась оценка возможностей использования программ ANSYS и LS-DYNA для решения задач геотехники. При этом, особое внимание было уделено возможностям использования предназначенных для этой цели моделей материалов.

Для описания поведения грунтов в программе ANSYS имеется две модели материала – модель Друкера-Прагера (DP) и усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP). Последняя модель впервые появилась в ANSYS версии 10.0.

Для описания поведения грунтов в программе LS-DYNA предназначены, прежде всего, следующие модели – грунт Крейга (#5), грунт Крейга с разрушением (#14), геологическая модель, учитывающая два инварианта тензора напряжений – CAP-модель (#25), геологическая модель Швера-Мюрея (#145), грунт FHWA (#147), модель глины (#192) и модель Друкера-Прагера (#193.)

Рассмотрим содержание основных этапов типовой последовательности деформационных процессов в грунтах.

1. *Испытания грунта.* Целью испытаний является получение первичной информации достаточной для идентификации параметров используемой в дальнейших расчетах модели грунта. Испытаниям грунта проводятся после выбора модели материала для описания напряженно-деформируемого поведения грунта и определения процедуры идентификации ее параметров.

Для идентификации параметров большинства приведенных выше моделей материалов для грунтов достаточно проведения испытаний на трехосное сжатие, трехосное расширение, простой сдвиг и всестороннее сжатие. Для проведения данных испытаний может быть использовано оборудование фирмы «Геотек» ([www.geotek.ru](http://www.geotek.ru)) [1, 2, 3], которое включает автоматизированную систему, стабилометр (рис. 1,а), сдвиговый прибор (рис. 1,б) и др.. Описание методики проведения испытаний дается в работах [1, 4, 5]. Методика испытаний соответствует действующему ГОСТ 12248-96 [4].

В качестве примера на рис. 2...4 показаны результаты испытаний двух цилиндрических образцов из песчаного грунта диаметром 38 мм и высотой 76 мм по траектории стандартного трехосного сжатия. Нагружение каждого образца осуществлялось в два этапа. На первом этапе осуществлялось всестороннее сжатие давлением соответственно 100 и 200 кПа. Далее боковое давление поддерживалось на заданном уровне, а вертикальное напряжение возрастало до разрушения образца. Испытаний двух образцов достаточно, например, для определения всех параметров модели Друкера-Прагера (DP), которая реализована в программе ANSYS.



а



б

Рис. 1. Устройства для испытания грунтов:  
а – стабилометр; б – сдвиговый прибор

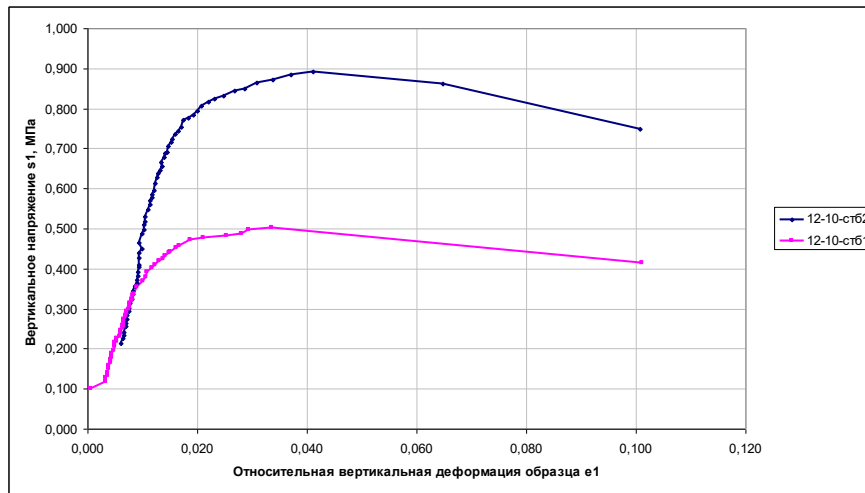


Рис. 2. Графики зависимостей вертикального напряжения (МПа) от вертикальной деформации:  
12-10 стб2 – боковое давление 100 кПа; 12-10 стб1 – боковое давление 200 кПа

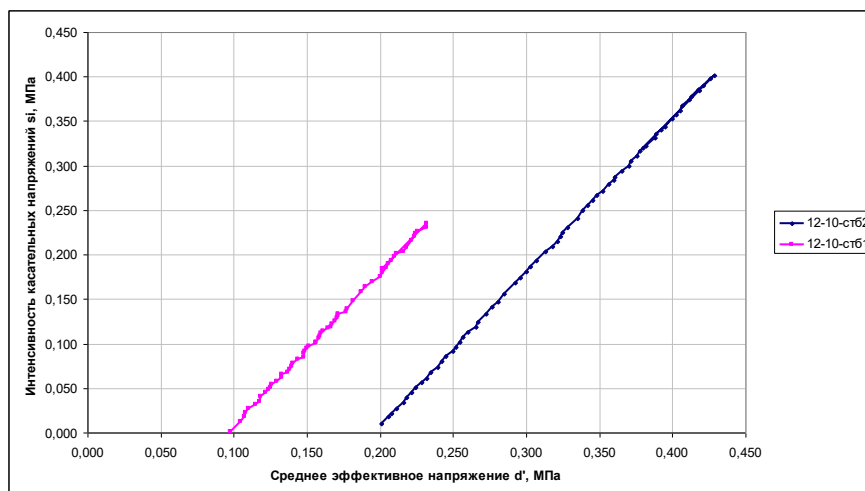


Рис. 3. Графики зависимостей интенсивности касательных напряжения (МПа) от среднего эффективного напряжения (МПа):  
12-10 стб2 – боковое давление 100 кПа;  
12-10 стб1 – боковое давление 200 кПа

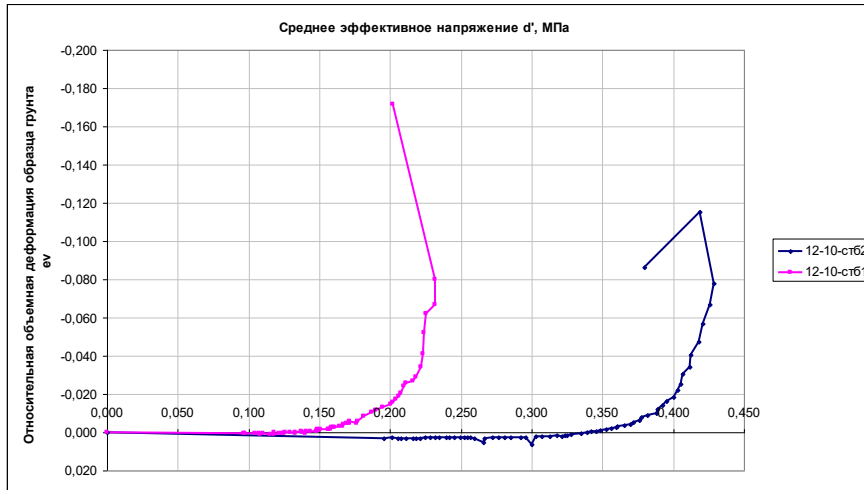


Рис. 4. Графики зависимостей относительной объёмной деформации грунта от среднего эффективного напряжения (МПа): 12-10 стб2 – боковое давление 100 кПа; 12-10 стб1 – боковое давление 200 кПа

2. *Идентификация параметров определяющего соотношения.* Уравнение поверхности текучести в модели Друкера-Прагера (DP) имеет вид [6]

$$F = T + 3\beta\sigma_m - \sigma_y = 0, \quad (1)$$

где  $T$  – интенсивность касательных напряжений;  $\sigma_m$  – среднее напряжение;  $\beta_y$ ,  $\sigma_y$  – параметры модели.

Результаты испытаний, представленные на рис. 1, позволяют определить две точки, лежащие на поверхности текучести  $(\sigma_{m1}, T_1)$  и  $(\sigma_{m2}, T_2)$ . Подставляя данные значения в уравнение (1) и решая полученную систему относительно неизвестных параметров, имеем

$$\beta = -\frac{1}{3} \frac{T_2 - T_1}{\sigma_{m2} - \sigma_{m1}}; \quad \sigma_y = T_1 + 3\beta\sigma_{m1}. \quad (2)$$

Параметры  $\beta_y$ ,  $\sigma_y$  связаны с параметрами Кулона-Мора следующими зависимостями [6]

$$\beta = \frac{2 \sin(\varphi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\varphi))}; \quad \sigma_y = \frac{6c \cos(\varphi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\varphi))}. \quad (3)$$

где  $c$  – сцепление,  $\varphi$  – угол внутреннего трения.

Из первого выражения (3) по известному значению параметра  $\beta$  численно или графически можно определить угол внутреннего трения. Тогда, сцепление может быть определено из второго уравнения (3)

$$c = \frac{\sqrt{3}\sigma_y(3 - \sin(\varphi))}{6 \cos(\varphi)}. \quad (4)$$

Третьим параметром модели Друкера-Прагера (DP) является угол дилатации  $\varphi'$ . С помощью этого угла определяется параметр

$$\beta' = \frac{2 \sin(\varphi')}{\sqrt{3}(3 - \sin(\varphi'))}, \quad (5)$$

который входит в выражение пластического потенциала

$$Q = T + 3\beta'\sigma_m - \sigma_y = 0. \quad (6)$$

По определенным в результате испытаний цилиндрических образцов на трехосное сжатие величинам пластической деформации по соответствующим координатным осям  $\varepsilon_x^p, \varepsilon_y^p, \varepsilon_z^p$  может быть определено значение

$$\beta' = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \left( a \sin \left( \frac{\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p + \varepsilon_z^p}{\sqrt{3((\varepsilon_x^p)^2 + (\varepsilon_y^p)^2 + (\varepsilon_z^p)^2)}} \right) \right). \quad (7)$$

По определенному значению  $\beta'$ , используя выражение (5), численно или графически можно определить угол дилатации  $\varphi'$ .

Усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP) при использовании параболических или гиперболических поверхности текучести и пластического потенциала для определения соответствующих параметров требует проведения большого числа испытаний, а для определения параметров реализованной в программе LS-DYNA CAP-модели (#25) требуется проведения дополнительно и компрессионных испытаний. Точность определения параметров моделей материалов может быть повышена при увеличении числа испытаний и использовании для аппроксимации программы LS-DYNA метода наименьших квадратов.

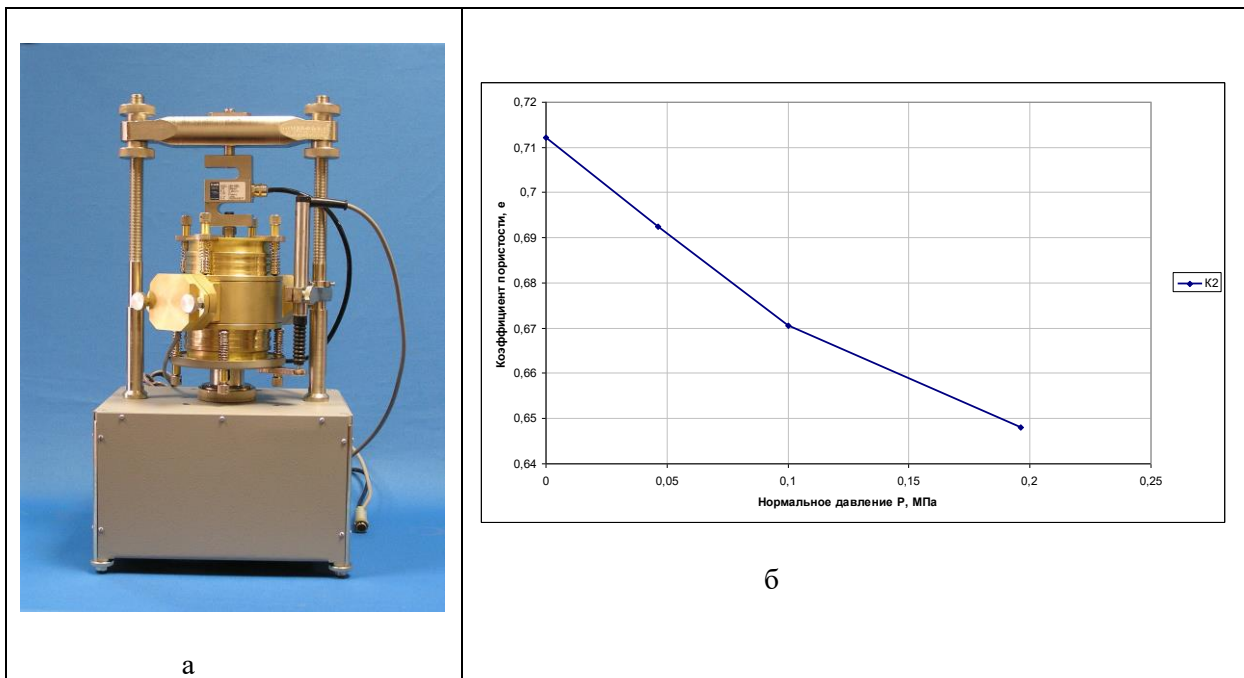


Рис. 5. Испытания грунта в компрессионном приборе: а – конструкция прибора с измерением боковых напряжений; б – изменение коэффициента пористости от давления

3. *Решение тестовых задач.* Целью решения тестовых задач является проверка соответствия результатов моделирования деформационных процессов, реализованных при испытаниях лабораторных образцов, проведенных для определения параметров моделей материалов, экспериментальным данным, по которым искомые параметры моделей были получены.

В качестве примера рассмотрим напряженно-деформированное состояние показанного на рис. 6 куба, к граням которого приложено давление  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ , которое задано как функция времени.

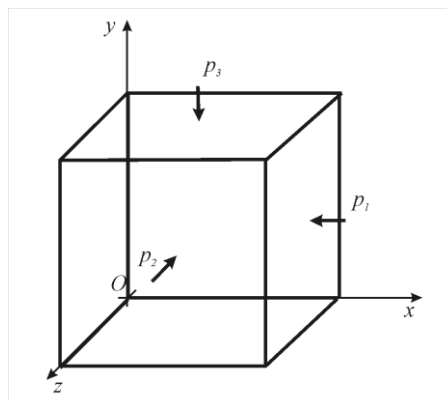


Рис. 6. Схема процесса деформирования

Пусть давление на грани куба изменяется следующим образом:

$$p_1 = p_2 = \begin{cases} \frac{P_1 t}{k} & \text{при } 0 \leq t \leq 1; \\ \frac{P_1}{k} & \text{при } 1 < t \leq 2. \end{cases} \quad (8)$$

$$p_3 = \begin{cases} P_1 t & \text{при } 0 \leq t \leq 1 \\ P_1 + (P_2 - P_1)(t - 1) & \text{при } 1 < t \leq 2. \end{cases}$$

где  $k$  – параметр ( $k \geq 1$ );  $P_1$  и  $P_2$  – параметры процесса нагружения  $P_2 > P_1$ ;  $t$  – время.

Пусть  $P_1 = 20$  кПа,  $P_2 = 100$  кПа,  $k=1$ . На рис. 7 в пространстве ( $T - p$ ) показаны поверхность Друкера–Прагера (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2). Здесь  $T$  – интенсивность касательных напряжений и  $p$  – гидростатическое давление.

При решении будем использовать модель Друкера–Прагера со следующими параметрами: модуль деформации  $E = 5,1$  МПа; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,25$ ; сцепление  $c = 11,3$  кПа; угол внутреннего трения  $\phi = 19,1$  град; угол дилатанции  $\phi' = 19,1$  град.

Определим давление  $\bar{p}_3$ , при котором напряжения в кубе достигнут поверхности текучести. В дальнейшем будем предполагать, что поверхность текучести будет достигнута при  $1 < t \leq 2$ . Для определения  $\bar{p}_3$  запишем выражения для определения интенсивности касательных напряжений  $T$  и среднего напряжения  $\sigma_m$

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| p_3 - \frac{p_1}{k} \right|; \quad \sigma_m = -\frac{1}{3} \left( \frac{2p_1}{k} + p_3 \right). \quad (9)$$

Подставив  $T$  и  $\sigma_m$  в выражение (2.24), получим

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \left| p_3 - \frac{p_1}{k} \right| - 3\beta \frac{1}{3} \left( \frac{2p_1}{k} + p_3 \right) = \sigma_y. \quad (10)$$

Из выражения (10) определим давление, при котором напряжения в кубе достигнут поверхности текучести

$$\bar{p}_3 = \frac{\sigma_y + \frac{p_1}{k} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + 2\beta \right)}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \beta}. \quad (11)$$

При заданных параметрах модели материала и условиях нагружения получим  $\bar{p}_3 = 70$  кПа .

Проведем моделирование процесса нагружения куба в ANSYS. При моделировании будем использовать ассоциированный закон пластического течения  $\phi = \phi' = 19,1$  град. Результаты моделирования деформационного процесса представлены на рис. 8 и 9.

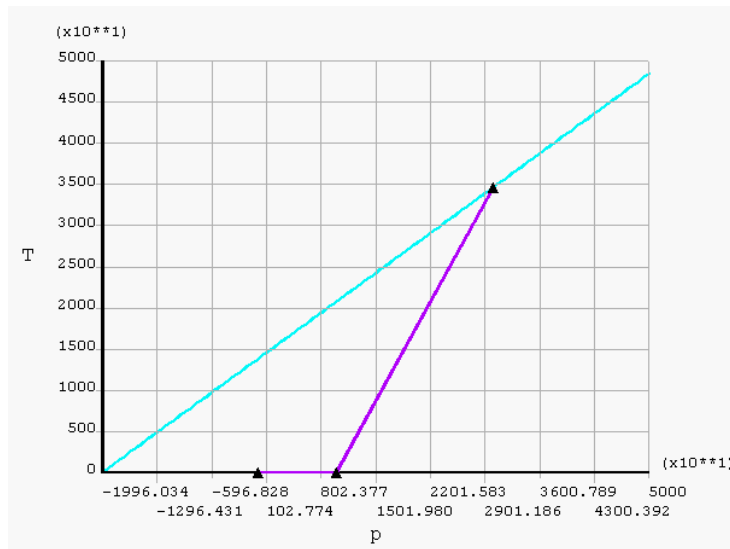


Рис. 7. Поверхность Друкера –Прагера в пространстве  $(T - p)$  (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2)

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

- процесс идеально упругопластический, значение давления  $\bar{p}_3$ , при котором материал куба переходит в упругопластическое состояние равно 70 кПа (см. рис. 7) и соответствует аналитическому решению;

- пластическое деформирование сопровождается изменением объема куба (см. рис. 8);

- выражение (7) позволяет провести проверку соответствия угла дилатанции вычисленным значениям пластических деформаций. Так полученные значения пластической деформации при  $t = 2 \text{ c}$  равны  $\varepsilon_x^p = \varepsilon_z^p = 0,015$ ;  $\varepsilon_y^p = -0,0075$ ,

$$\beta' = \frac{1}{3} \tan \left( a \sin \left( \frac{\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p + \varepsilon_z^p}{\sqrt{3 \left( (\varepsilon_x^p)^2 + (\varepsilon_y^p)^2 + (\varepsilon_z^p)^2 \right)}} \right) \right) = 0,236 . \quad (12)$$

Угол дилатанции равен 19,4 град, что согласуется с исходным данным.

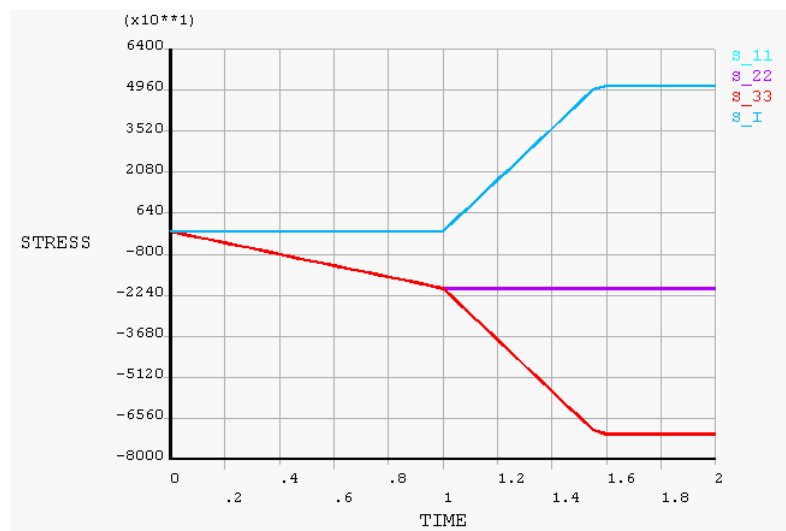


Рис. 8. График зависимости напряжений (Па) от времени:  $s_{11} - \sigma_{xx}$ ;  $s_{22} - \sigma_{yy}$ ;  $s_{33} - \sigma_{zz}$ ;  $s_i - \sigma_i$

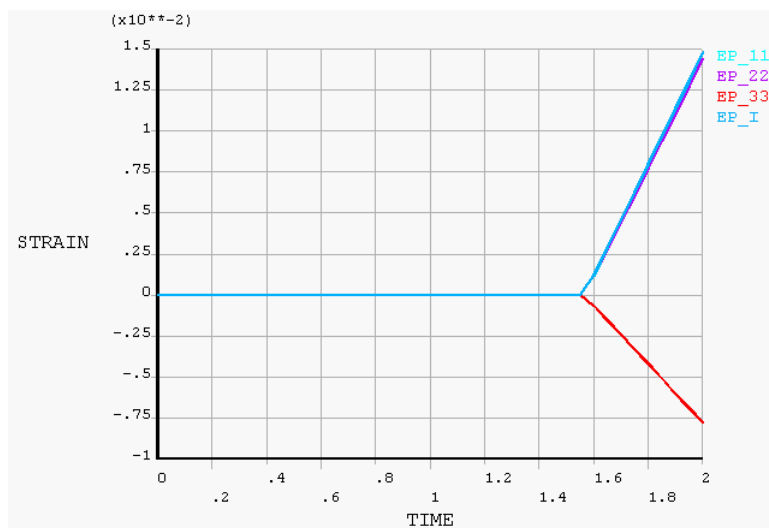


Рис. 9. График зависимости пластических деформаций от времени:  $EP_{11} - \varepsilon_{xx}^p$ ;  $EP_{22} - \varepsilon_{yy}^p$ ;  $EP_{33} - \varepsilon_{zz}^p$ ;  $EP_V - \varepsilon_v^p$

Используем САР-модель при расчете напряженно-деформированного состояния куба при давлениях  $P_1 = 20$  кПа,  $P_2 = 40$  кПа. На рис. 10 в пространстве инвариантов напряжений ( $\sqrt{J_2} - J_1$ ) показаны САР-поверхность (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2). Здесь  $J_1, J_2$  – первый и второй инварианты тензора напряжений.

При решении тестовых задач будем использовать САР-модель со следующими параметрами: модуль объемного сжатия  $K = 14,49$  ГПа; начальный модуль сдвига  $G = 11,7$  ГПа; параметр боковой поверхности  $\alpha = 4,8$  МПа; параметр боковой поверхности  $\theta = 0,1$ ; параметр боковой поверхности  $\gamma = 1,38$  МПа; параметр боковой поверхности  $\beta = 2,136 \cdot 10^{-7}$  Па<sup>-1</sup>; отношение осей САР-поверхности  $R = 10,8$ ; экспонента в законе упрочнения  $D = 2,233 \cdot 10^{-10}$  Па<sup>-1</sup>; коэффициент в законе упрочнения  $W = 0,884$ ; экспонента в законе упрочнения  $X_0 = 124,1$  МПа; коэффициент кинематического упрочнения  $C = 0$ ; параметр кинематического упрочнения  $N = 0$ ; параметр, определяющий сохраняемую переменную,  $F_{type} = 1$ ; предельное давление разрушения  $T_{off} = -2,054$  МПа.

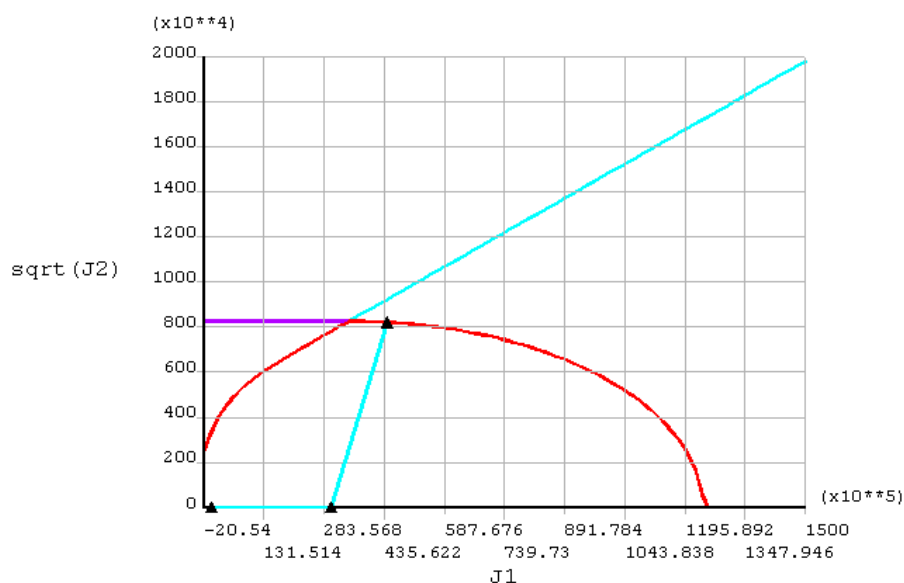


Рис. 10. САР-поверхность в пространстве ( $\sqrt{J_2} - J_1$ ) (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2)

Определение значения давления  $\bar{p}_3$ , при котором траектория процесса нагружения достигает поверхности текучести, осуществляется численно.

Результаты моделирования представлены на рис. 11 и 12.

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

- процесс упругопластический со слабым упрочнением, значение давления  $\bar{p}_3$ , при котором материал куба переходит в упругопластическое состояние равно 24,8 МПа (см. рис. 11) и соответствует численному решению;
- пластическое деформирование сопровождается изменением объема куба (см. рис. 12).

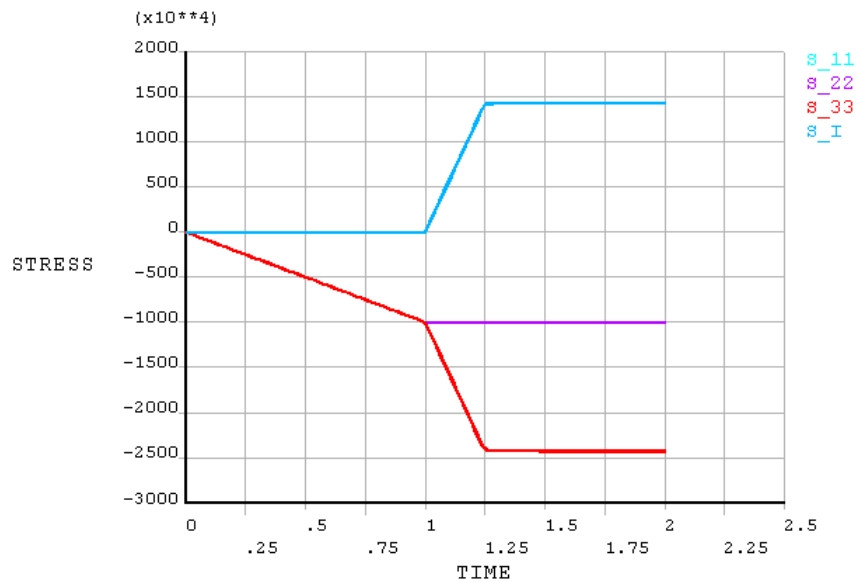


Рис. 11. График зависимости напряжений (Па) от времени:  
 $s_{11}$  -  $\sigma_{xx}$ ;  $s_{22}$  -  $\sigma_{yy}$ ;  $s_{33}$  -  $\sigma_{zz}$ ;  $s_i$  -  $\sigma_i$

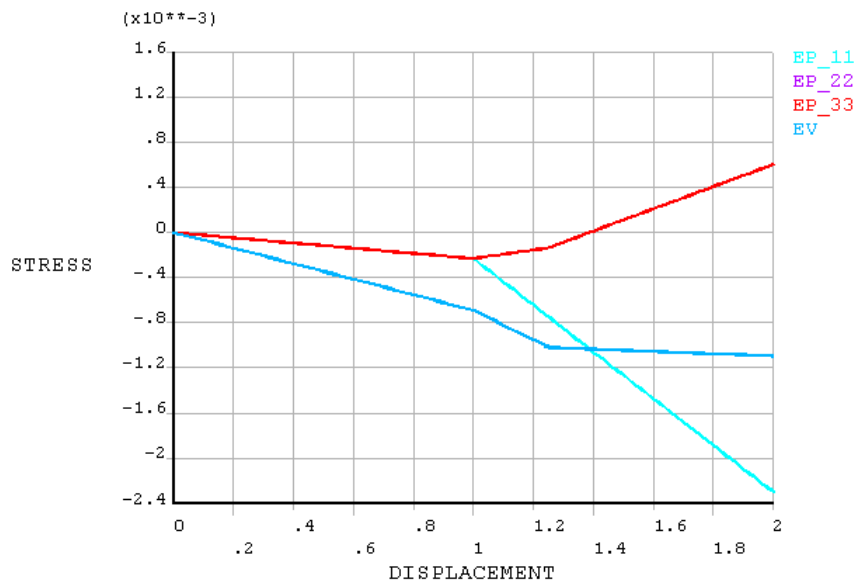


Рис. 12. График зависимости пластических деформаций от времени  
 $EP_{11}$  -  $\epsilon_{xx}^p$ ;  $EP_{22}$  -  $\epsilon_{yy}^p$ ;  $EP_{33}$  -  $\epsilon_{zz}^p$ ;  $EP_V$  -  $\epsilon_v^p$

4. *Моделирование полунатурных испытаний.* Целью проведения полунатурных испытаний являлось исследование закономерностей деформирования и разрушения реального песчаного грунта с геометрическим подобием модели и реального фундамента. Рассматриваемые испытания заключались во вдавливании стальной плиты размером  $0,4 \times 0,3 \times 0,1$  м в помещенный в лоток слой песчаного грунта, размером  $3 \times 3 \times 2,5$  м. Внешний вид испытательного стенда показан на рис. 13. В процессе нагружения регистрировались нагрузка на плиту и вертикальное перемещение плиты, а также вертикальные перемещения поверхности песчаного грунта в продольном и поперечном сечениях. Характер деформирования поверхности песчаного основания в условиях пространственной деформации показан на рис. 13, а в условиях плоской деформации на рис. 14. Особенностью данного процесса являлась значительная глубина внедрения плиты в грунт, которая составляла более 0,06 м. При этом наблюдалось существенное уменьшения наклона кривой «нагрузка – вертикальное перемещение», что является свидетельством приближения деформационного процесса к потере устойчивости (рис. 14).





Рис. 13. Испытания в условиях пространственной деформации: а – испытательный стенд; б – деформация поверхности песчаного основания. Модель 30x40 см

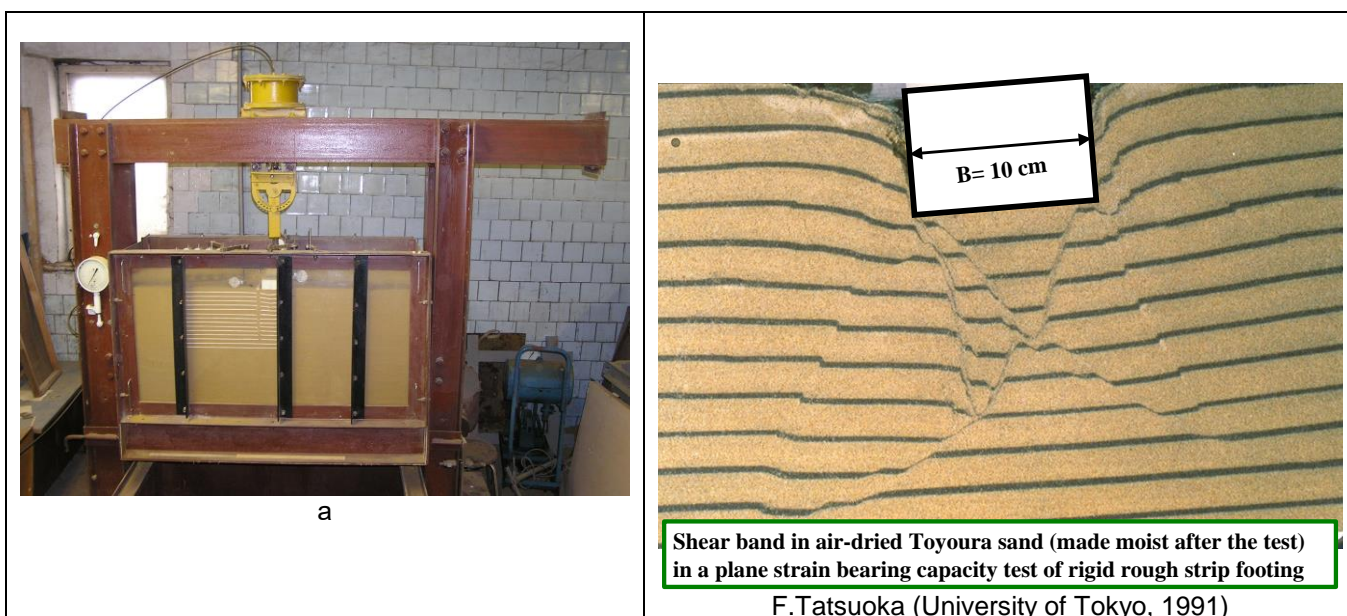


Рис. 14. Испытания песчаного основания в условиях плоской деформации: а – испытательный стенд; б – деформация массива основания. Модель шириной 10 см

Целью моделирования полунатурных испытаний являлся поиск подходов, методов, моделей, процедур и параметров для создания адекватной математической модели рассматриваемого деформационного процесса.

Основываясь на результатах выполненных поисковых работ, сделан вывод о том, наилучшее описание качественных и количественных особенностей процесса дает

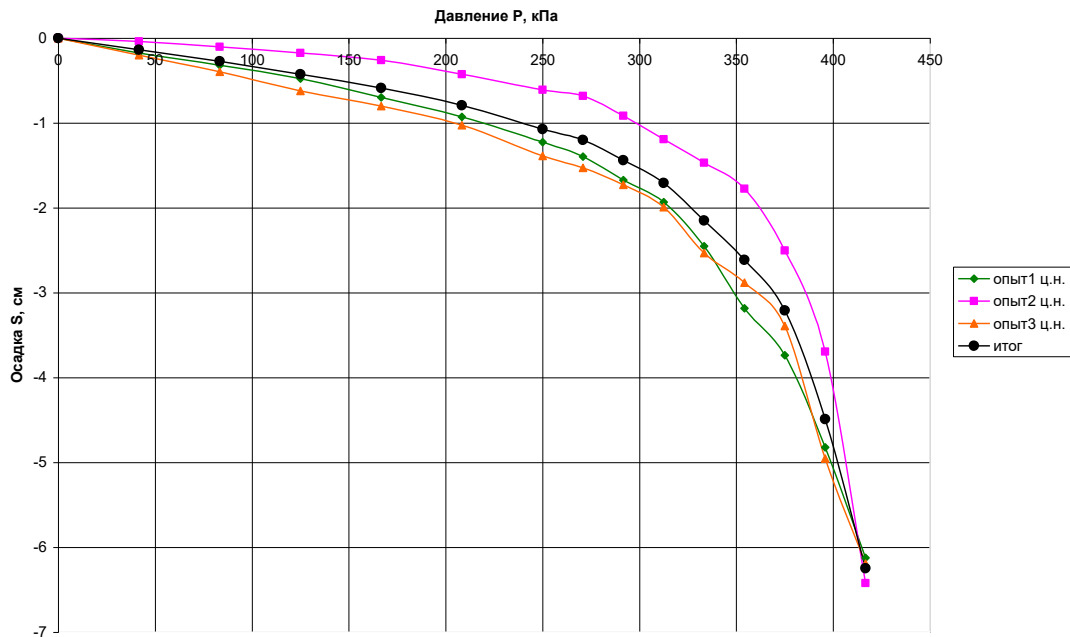


Рис.15. Графики зависимости осадки модели. Итог – среднее значение из результатов трех испытаний. Модель размером 30x40 см

многокомпонентный Лагранжа-Эйлера подход, реализованный в программе LS-DYNA, в сочетании с САР-моделью. Некоторые результаты математического моделирования представлены на рис. 16...19 для модели в условиях плоской деформации.

На рис. 16 показаны распределения модуля скорости в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени. Изменение характера распределений при увеличении вертикальной нагрузки свидетельствуют о появлении, расширении и взаимодействии области пластических деформаций с боковыми стенками лотка.

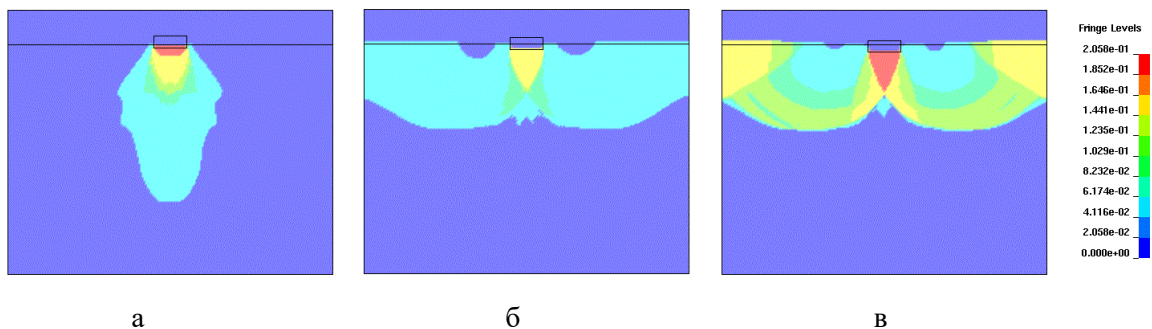


Рис. 16. Распределение модуля скорости (м/с) в расчетной области: а, б, в – вертикальное перемещение плиты 2,1, 3,1 и 4,1 см соответственно

Распределения интенсивности напряжений в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени показаны на рис. 17. Характер распределения модуля скорости и интенсивности напряжений качественно соответствует представлениям о деформационном процессе.

Распределения плотности в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени показаны на рис. 18. Обращает на себя внимание то, что зоны пониженной плотности – зоны разрывов, соответствуют линиям скольжения.

График зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты показан на рис. 19. График имеет выраженный явно выраженный нелинейный характер и соответствует результатам экспериментальных измерений.

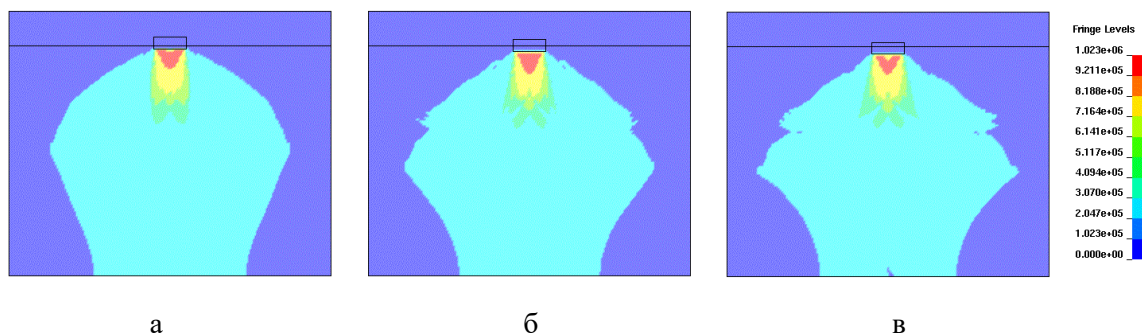


Рис. 17. Распределение интенсивности напряжений (Па) в расчетной области:  
а, б, в – вертикальное перемещение плиты 2,1, 3,1 и 4,1 см соответственно

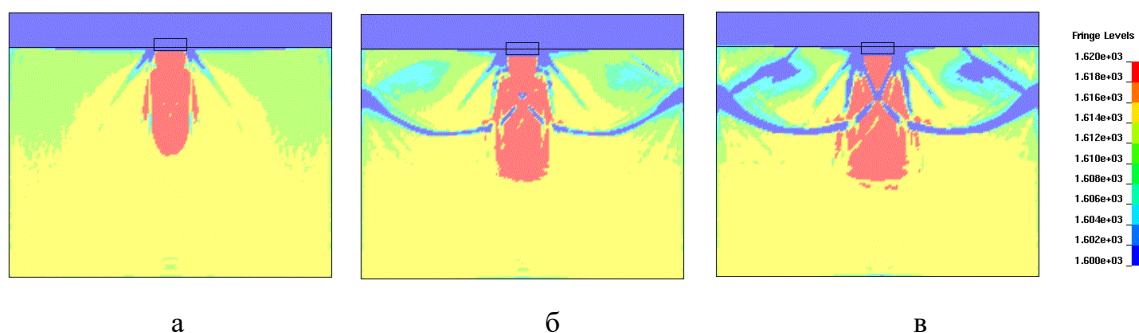


Рис. 18. Распределение плотности ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ) в расчетной области:  
а, б, в – вертикальное перемещение плиты 2,1, 3,1 и 4,1 см соответственно

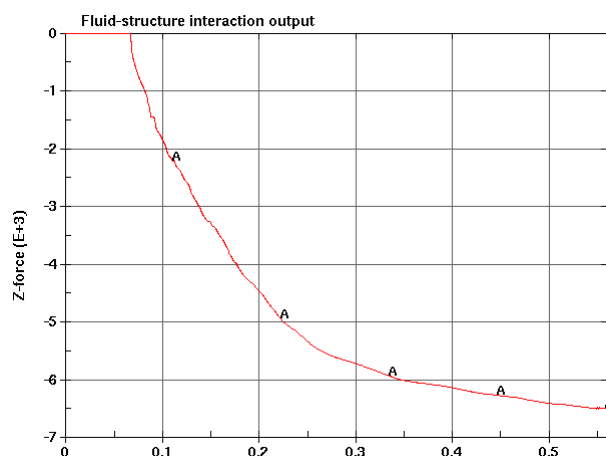


Рис. 19. График зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты (сила в кгс, перемещение дм)

### Литература

1. Комплекс измерительно-вычислительный АСИС. Руководство пользователя. - Пенза, «Геотек», 2002.
2. Стабилометр СТП-80/38. Техническое описание и руководство по эксплуатации 0004 ТО. - Пенза, «Геотек», 2002.
3. Прибор для испытаний грунтов на сдвиг – 40/35. Техническое описание и руководство по эксплуатации 003 ТО. - Пенза, «Геотек», 2002.
4. ГОСТ 12248-96. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости. 1997.
5. Малышев М.В., Болдырев Г.Г. Механика грунтов. Основания и фундаменты (в вопросах и ответах): Учебное пособие. – ПГАСА; изд-во АСВ. – М., 2004. – 320 с.: ил.
6. Kohnke P. ANSYS. Theory Reference. – Southpointe, ANSYS, inc. 1998.