

УДК. 624.131.52

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Болдырев Г.Г., Малышев И.М.

Пензенский государственный архитектурно-строительный университет

Московский государственный строительный университет

Реферат. В статье приведены результаты экспериментальных и численных исследований деформации песка в основании жесткого штампа нагруженного центральной и внецентренной нагрузкой в условиях пространственной задачи. Численное решение задачи выполнено с использованием программ ANSYS, LS-DYNA и моделей грунта Друкера-Прагера, Cap. Решение уравнений движения выполнено с использованием произвольной Лагранжево-Эйлеровой формулировки, что позволило решить задачу при больших деформациях, вплоть до потери устойчивости песчаного основания.

Характерной чертой процесса потери устойчивости оснований является локализация деформаций в виде полос сдвига, образующихся при больших деформациях грунта. Еще одной характерной чертой процесса потери устойчивости является его динамичность в виде непрерывного изменения характера деформации основания при его нагружении. Сложное поведение оснований в процессе потери ими устойчивости вызывают определенные трудности при численном моделировании этого процесса.

В настоящее время известно несколько подходов к описанию движения деформируемой сплошной среды. К ним относятся подходы Лагранжа, Эйлера и объединенный подход Лагранжа-Эйлера [1]. Области применения каждого из этих подходов достаточно хорошо известны. Поэтому, не преследуя цель перечислить все их достоинства и недостатки, отметим лишь некоторые из них.

В подходе Лагранжа наблюдатель следит за движением материальных частиц движущейся сплошной среды. С материальными частицами связаны

неизвестные, которые ищутся в процессе решения. Неизвестными, прежде всего, являются перемещения и скорости материальных частиц, напряжения и деформации в них.

При использовании подхода Лагранжа к описанию движения сплошной среды для пространственной дискретизации чаще всего используется метод конечных элементов (программа ANSYS /2/). При решении динамических задач метод конечных элементов используется с явной или неявной схемой интегрирования первого или второго порядка (программа LS-DYNA /3/).

В процессе потери устойчивости в основании возникают деформации сдвига, величина которых превышает сотни процентов. Элементы грунта испытывают очень большие деформации, превышающие размер конечных элементов. Поэтому, если из решения не исключить эти чрезмерно деформируемые или разрушенные элементы, то поведение материала среды становится жестким, иногда говорят, что среда замыкается при сдвиге. Использование конечных элементов с одной точкой интегрирования, применение адаптивных сеток позволяют осуществить численное моделирование процесса деформации вплоть до потери устойчивости. Однако, плохая обусловленность матрицы жесткости системы, вследствие чрезмерного искажения сетки, часто приводит к невозможности получения адекватного решения как при приближении деформационного процесса к предельной по устойчивости нагрузке, так и в запредельном состоянии.

При использовании подхода Эйлера к описанию движения сплошной среды наблюдатель следит за точками пространства. Неизвестные, которыми, прежде всего, являются скорости движения среды, напряжения и деформации, связаны с точками пространства. Подход Эйлера получил существенно меньшее распространение для решения геотехнических задач, чем Лагранжа. Это обусловлено необходимостью использования дополнительных процедур для определения перемещений сплошной среды, в том числе ее границы,

сложностью учета переноса внутренних переменных, которые характеризуют состояние материальных частиц грунта. В ряде литературных источников такие величины, характеризующие внутренне состояние материальных частиц сплошной среды, называются историческими переменными.

Подход Лагранжа-Эйлера, в иностранной литературе, он называется Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (ALE), сочетает в себе оба подхода /1/.

На основе подхода Лагранжа-Эйлера разработан ряд методов решения задач деформируемого твердого тела. Основными из них являются однокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian), многокомпонентный метод Эйлера (Multi-material Eulerian, рис. 1) и многокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера (Multi-material Arbitrary Lagrangian-Eulerian, рис. 2).

При решении задач однокомпонентным методом Лагранжа-Эйлера узлы конечно-элементной сетки могут перемещаться в пределах области, которую занимает материал, таким образом, чтобы уменьшить искажения сетки. В каждом конечном элементе содержится один материал.

При использовании многокомпонентного метода Эйлера материал течет через фиксированную в пространстве сетку. При этом каждый элемент может содержать смесь нескольких материалов.

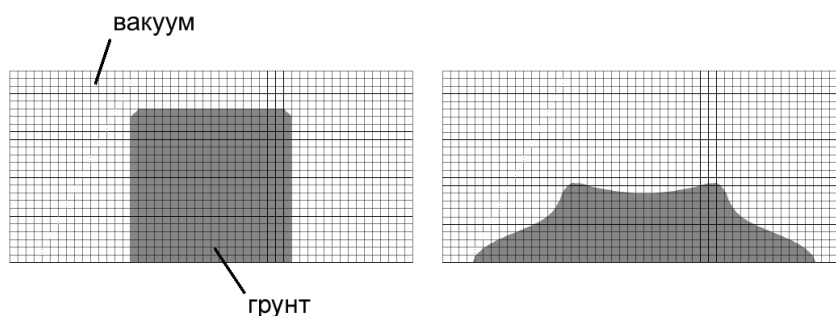


Рис. 1. Многокомпонентный метод Эйлера

При использовании многокомпонентного метода Лагранжа-Эйлера материал течет через движущуюся в пространстве сетку. При этом каждый элемент может содержать смесь нескольких материалов.

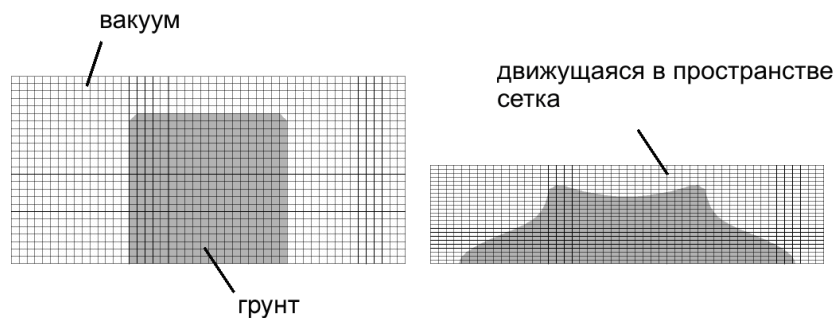


Рис. 2. Многокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера

Решения, основанные на методе Лагранжа-Эйлера, имеют преимущества методов Лагранжа и Эйлера при описании движения сплошной среды, не имея в то же время отмеченных выше недостатков. В ряде литературных источников приведены примеры успешного их использования для решения задач геомеханики /2,3,4/.

При решении задач часто возникают ситуации, когда различные части рассматриваемой системы проявляют различные типы механического поведения. Например, одна часть системы ведет себя как жидкость, другая – как твердое тело. В такой ситуации для описания движения твердой части может быть применен метод Лагранжа, а для описания движения жидкости – Эйлера. В этом случае, при моделировании взаимодействия рассматриваемых частей может быть использован реализованный, например, в программе LS-DYNA алгоритм связывания Лагранжа-Эйлера. В иностранной литературе он называется Fluid-Structure Interaction (FSI). Подобный подход применен в работах /4, 5, 6/ при описании поведения водонасыщенных грунтов.

Следует заметить, что в последние несколько лет в ряде систем автоматизированного инженерного анализа, например программе LS-DYNA, реализованы два метода, основанные на подходе Лагранжа к описанию движения сплошной среды, которые позволяют эффективно моделировать процесс потери устойчивости оснований. Это бессеточный метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics) и бессеточный метод, основанный на методе Галеркина (Element Free Galerkin method). Эффективность этих методов для решения рассматриваемой задачи объясняется тем, что оба метода являются бессеточными, основываются на локальной аппроксимации перемещений узлов или частиц, а значит они не являются чувствительными к большим искажениям сетки. Метод Галеркина применен в работах /7, 8/.

Особенности процессов деформирования и разрушения грунтов, важность учета влияния на поведение грунтов многочисленных факторов обуславливают необходимость использования многоэтапной процедуры решения различных задач в области геотехники. Такая процедура предполагает наличие следующих этапов - испытания грунта, идентификации параметров определяющего соотношения (модели грунта), решения тестовых задач, проведения и моделирования полунатурных испытаний. Содержание и объем каждого этапа определяется целями математического моделирования или расчета. Сама процедура может быть итерационной.

Данная процедура решения была применена при исследовании механизма деформации песчаного основания нагруженного жестким штампом. Задача решалась в несколько этапов. На первом этапе были выполнены опыты с моделью жесткого штампа на песчаном основании. На втором этапе была выбрана модель грунта и определены ее параметры путем лабораторных испытаний образцов того же песчаного грунта, который использовался при моделировании песчаного основания. На третьем этапе были выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния песчаного основания методом

Лагранжа (программа ANSYS) и многокомпонентным методом Лагранжа-Эйлера (программа LS-DYNA).

1. *Штамповые испытания.* Испытания проводились с целью определения зависимости «осадка – нагрузка» при нагружении жесткого штампа вплоть до потери устойчивости песчаного основания. Опыты выполнены в лотке размером в плане 3000х3000 мм и глубиной 2500 мм.

В качестве штампа использовался металлический лист толщиной 12 мм усиленный швеллерами для обеспечения жесткости, размером в плане 300х400 мм. Нагрузка на штамп прикладывалась различным образом. В первой серии опытов исследовалось поведение песчаного основания при центральном действии нагрузки. Во второй серии опытов вертикальная нагрузка прикладывалась с эксцентриситетом в 5 см, а в третьей серии с эксцентриситетом в 10 см в направлении длинной стороны штампа по его оси симметрии. Нагрузка на штамп прикладывалась ступенями 10% от расчетной предельной с выдержкой на каждой ступени до стабилизации деформаций. Вертикальное перемещение штампа измерялось в двух точках на противоположных сторонах штампа по длинной оси симметрии. Измерение выполнялось двумя прогибомерами с точностью 0,01 мм. В опытах проводилось также измерение деформации поверхности основания в направлении обеих осей симметрии штампа индикаторами часового типа, с точностью измерения 0,01 мм. Нагрузка создавалась гидравлическим домкратом.

Основание было выполнено из мелкозернистого песка с плотностью 1,6 г/см³. Песок укладывался в лоток слоями по 20 см с уплотнением до отмеченной плотности. Влажность песка – 1,4%.

Зависимость осадки штампа от нагрузки показана на рис. 1.

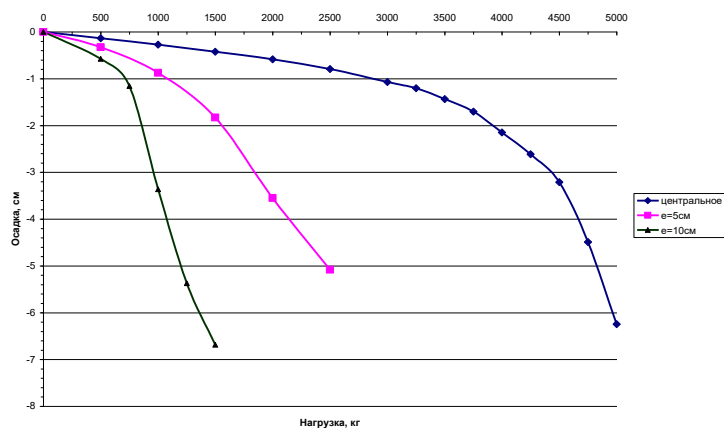


Рис. 1. Зависимость осадки штампа от нагрузки: 1, 2 – эксцентриситет 10 и 5 см, соответственно; 3 – центральная нагрузка

На рис. 1 приведены средние значения из пяти результатов испытаний для каждого вида нагружения. Из рис. 1 видно влияние эксцентриситета приложения нагрузки на характер осадки штампа и величину предельной нагрузки. Потеря устойчивости песчаного основания в классическом смысле в виде резкой осадки штампа и выпора грунта наблюдалась только при центральном приложении нагрузки. Введение эксцентриситета приводит к тому, что ярко выраженного предельного состояния достичь при нагружении не удастся. Осадка штампа сопровождается его поворотом в направлении эксцентриситета действия нагрузки, диаграмма деформирования не имеет резкого перегиба. Участок линейного деформирования уменьшается с ростом эксцентриситета. Выпор грунта односторонний. При нагрузке близкой к предельной на поверхности песчаного основания образуются видимые разрывы. Разрывы распространяются в радиальном и кольцевом направлении по отношению к прямоугольному штампу. Размер призмы выпора на поверхности основания уменьшается с ростом эксцентриситета внешней нагрузки. Подобный механизм деформации основания с образованием разрывов был выявлен для условий плоской деформации в работе /9/.

2. *Испытания грунта.* Целью испытаний является получение первичной

информации достаточной для идентификации параметров используемых в дальнейших расчетах моделей грунта. Испытаниям грунта проводятся после выбора модели для описания напряженно-деформируемого поведения грунта и определения процедуры идентификации ее параметров.

Для описания поведения грунтов в программе ANSYS имеется две модели материала – модель Друкера-Прагера (DP) и усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP). Последняя модель впервые появилась в ANSYS версии 10.0.

Для описания поведения грунтов в программе LS-DYNA предназначено несколько моделей, среди них наиболее подходящие для описания поведения грунтов – «CAP»-модель (#25) и модель Друкера-Прагера (#193.)

Для идентификации параметров большинства приведенных выше моделей грунтов достаточно проведения испытаний на трехосное и компрессионное сжатие. Для проведения данных испытаний был использован вычислительный комплекс (АСИС) фирмы «Геотек» /10/.

Усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP) при использовании параболической или гиперболической поверхности текучести и пластического потенциала для определения соответствующих параметров требует проведения большего числа испытаний, а для определения параметров реализованной в программе LS-DYNA CAP-модели (#25) требуется проведения дополнительно и компрессионных испытаний. Точность определения параметров моделей материалов может быть повышена при увеличении числа испытаний и использовании для аппроксимации программы LS-DYNA метода наименьших квадратов.

В условии прочности Мора-Кулона не учитывается влияние среднего главного напряжения на прочность материала. Этот недостаток впервые был преодолен в работе Друкера-Прагера (1952), которые ввели зависимость от среднего напряжения в условии прочности Мизеса. Поверхность текучести,

соответствующая условию прочности Друкера-Прагера показана на рис. 2.

Используя инварианты напряжений J_1 и J_{2D} условие прочности Друкера-Прагера может быть представлено в виде

$$F(J_1, J_{2D}) = \sqrt{J_{2D}} - \alpha J_1 - k = 0, \quad (1)$$

где два параметра α и k характеризуют свойства материала и могут быть определены из результатов испытаний. Когда $\alpha = 0$, условие прочности представляет собой условие прочности Мизеса.

Как видно из рис. 2 а поверхность текучести Друкера-Прагера представляет собой правильный круговой конус относительно оси гидростатического давления, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

Параметры α и k можно выразить через параметры c и φ , входящие в условие прочности Мора-Кулона следующим образом:

- для случая плоской деформации

$$\alpha = \sin \frac{\varphi}{3}; \quad k = c \cos \varphi; \quad (2)$$

- для случая осесимметричной деформации

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3} \sin \varphi}{9 - \sin^2 \varphi}; \quad k = \frac{6\sqrt{3}c \cos \varphi}{9 - \sin^2 \varphi}; \quad (3)$$

- для случая пространственной деформации

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}, \quad k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}. \quad (4)$$

В этом случае поверхность Друкера-Прагера описывает поверхность Мора-Кулона. При испытании образцов грунта в условиях трехосного сжатия данное предельное состояние наступает, когда траектория нагружения достигает одного из внешних углов пирамиды Мора – Кулона (рис. 2 б).

Если параметры α и k связать с c и φ следующим образом

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}, \quad k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}, \quad (5)$$

то поверхность текучести Друкера-Прагера будет вписана внутрь поверхности Мора-Кулона (рис. 2 б), проходя через малую ось. При испытании образцов грунта в условиях трехосного сжатия данное предельное состояние наступает, когда траектория нагружения достигает одного из внутренних углов пирамиды Мора – Кулона. Условие (3) получено в предположении, что поверхность Мора-Кулона аппроксимирована окружностью, радиусом равным среднему значению между (4) и (5).

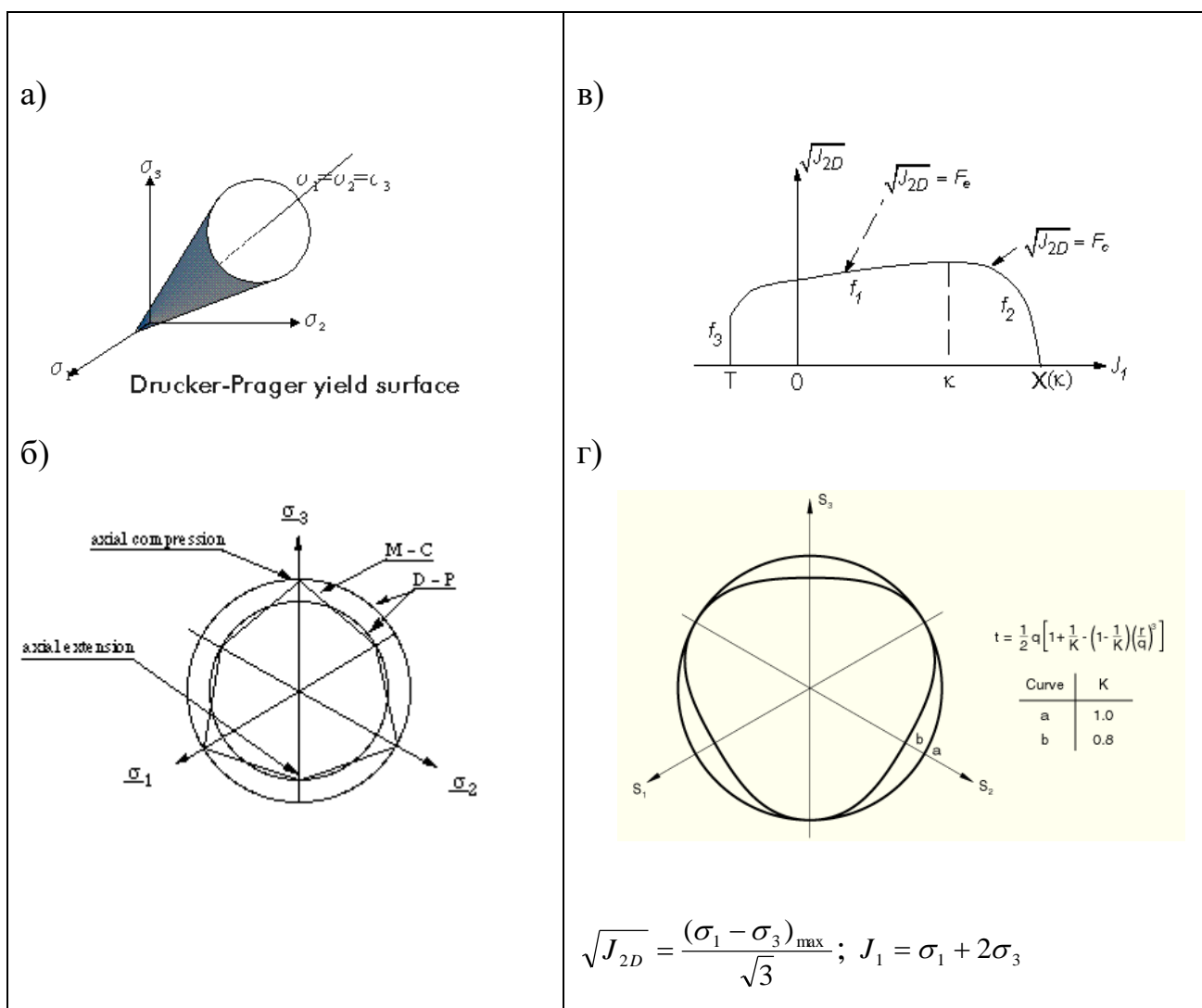


Рис. 2. Поверхности текучести Друкера-Прагера и «Сар»: а – в пространстве главных напряжений; в – в меридиональной плоскости; б, г – в девиаторной плоскости

«Сар» модель является не зависящей от скорости нагружения упруго-пластической моделью, которая предполагает материал однородным и изотропным. Очертание поверхности нагружения Сар модели в пространстве $\sqrt{J_{2D}} - J_1$ показано на рис. 2 в. Сар модель включает три поверхности f_1, f_2, f_3 .

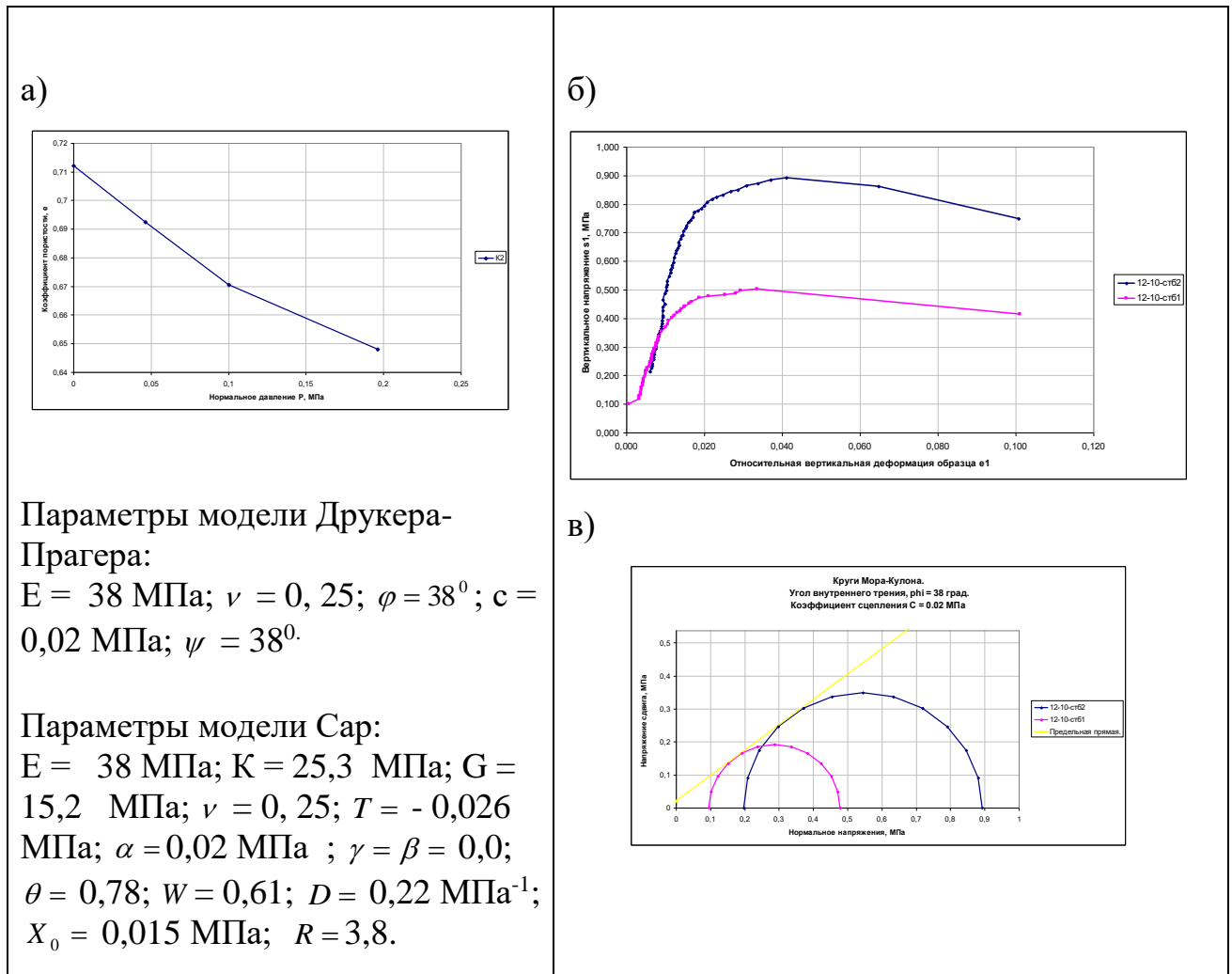


Рис. 3. Результаты испытаний для определения параметров моделей грунта Друкера-Прагера и САР: а – компрессионные испытания; б – испытания в стабилометре на сжатие; в – определение параметров прочности φ и c по Мору-Кулону

Первая поверхность f_1 является поверхностью текучести и способна контролировать величину дилатанции, возникающая при сдвиговом нагружении.

Дилатанция возникает в том случае, если вектор нагружения достигает поверхности текучести f_1 , возникающее при этом пластическое течение в направлении перпендикулярном поверхности текучести f_1 , вызывает приращение пластической деформации с разупрочнением материала. В том случае, если вектор нагружения достигает поверхности текучести f_2 , то возникающая пластическая деформация вызывает упрочнение материала. При достижении вектором нагружения поверхности текучести f_3 материал разрушается полностью.

При использовании в качестве поверхности текучести условий прочности Друкера – Прагера или Мора – Кулона получаемая дилатанция при сдвиге оказывается во многих случаях более экспериментально наблюдаемой. В Сар модели, когда поверхность текучести f_1 является активной (вектор нагружения достигает ее поверхности) дилатанция образуется точно также, как это следует из моделей Друкера – Прагера и Мора – Кулона. Однако закон упрочнения позволяет Сар поверхности сжиматься до тех пор, пока Сар пересечет огибающую разрушения на той точке, где находится вектор нагружения, после чего Сар остается на этой точке. В этот момент вектор приращения пластической деформации становится нормальным к поверхности текучести и, как следует из закона нормальности, прекращается развитие объемной деформации при сдвиге. Скорость сжатия Сар определяется параметрами, которые контролируют величину дилатанции наблюдаемую в опытах.

Другим преимуществом Сар модели по сравнению с моделями Друкера – Прагера и Мора – Кулона является ее способность к управлению пластической деформацией при объемном сжатии. В моделях Друкера – Прагера и Мора – Кулона объемное поведение является линейно упругим. В Сар модели объемное поведение является упругим до тех пор, пока текущее напряженное состояние находится внутри поверхности. При выходе на поверхность величина

возникающей объемной пластической деформации контролируется законом упрочнения.

Сар модель сформулирована в инвариантах и тензорах напряжений. Второй инвариант тензора девиатора напряжений определяется через девиатор напряжений s_{ij} следующим образом

$$\sqrt{J_{2D}} = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (6)$$

и является скалярной мерой напряжений вызывающих состояние сдвига в материале и его разрушение. Первый инвариант тензора напряжений J_1 вызывает состояние гидростатического сжатия с упрочнением материала.

Уравнение для поверхности текучести f_1 в области $-T \leq J_1 \leq k$ имеет вид

$$f_1 = \sqrt{J_{2D}} - \min(F_e(J_1), T_{mises}), \quad (7)$$

где

$$F_e(J_1) = \alpha - \gamma \exp(-\beta J_1) + \theta J_1,$$

а

$$T_{mises} = |X(k_n) - L(k_n)|.$$

Поверхность текучести f_1 фиксирована в пространстве $\sqrt{J_{2D}} - J_1$ и поэтому механизм упрочнения отсутствует при сдвиге.

Вторая нефиксированная, упрочняющаяся функция текучести f_2 (или Сар) в области $k \leq J_1 \leq X(k)$ определяется выражением

$$f_2 = \sqrt{J_{2D}} - F_c(J_1, k), \quad (8)$$

где F_c определяется

$$F_c(J_1, k) = \frac{1}{R} \sqrt{[X(k) - L(k)]^2 - [J_1 - L(k)]^2}. \quad (9)$$

Начальное положение Сар поверхности определяется значениями $X(k), L(k)$ первого инварианта тензора напряжений из выражений

$$X(k) = k + RF_e(k),$$

$$L(k) = \begin{cases} k, & \text{если, } k > 0 \\ 0, & \text{если, } k \leq 0 \end{cases}.$$

Параметр упрочнения k связан с изменениями объема при пластическом деформировании ε_v^p посредством закона упрочнения

$$\varepsilon_v^p = W \{1 - \exp[-D(X(k) - X_o)]\}. \quad (10)$$

Геометрически k , как видно из рис. 2 в, соответствует координате пересечения Сар поверхности f_2 и поверхности текучести f_1 .

Функция поверхности f_3 определяет предел прочности материала на растяжение отрыва

$$f_3 = T - J_1, \quad (11)$$

где T - параметр, определяющий прочность материала при растяжении. Область упругого деформирования в пространстве $\sqrt{J_{2D}} - J_1$ ограничена поверхностью текучести f_1 , сверху, поверхностью растяжения f_3 , слева и Сар поверхностью f_2 , справа.

Сар модель содержит ряд параметров, которые должны быть выбраны для частного материала, основываясь на экспериментальных данных. Параметры $\alpha, \beta, \theta, \gamma$, определяются методом подгонки, используя уравнение (7) и кривые деформирования, (рис. 3 б), полученные из испытаний грунта в стабилometре по траектории стандартного трехосного сжатия.

Параметры W, D, X_o определяют закон упрочнения Сар поверхности. Параметр W определяет остаточную объемную деформацию образца (рис. 3 а), а D управляет наклоном начального участка зависимости $\varepsilon_v = f\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}\right)$ в условиях гидростатического сжатия. Значение R является отношением наибольшей и наименьшей осей эллипса, определяющего форму Сар

поверхности.

Внутри рассмотренных поверхностей поведение материала предполагается изотропным и упругим по следующему закону

$$\Delta\sigma_{ij}^e = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\Delta\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2G\Delta\varepsilon_{ij}^e, \quad (12)$$

где $\Delta\sigma_{ij}^e$ - приращение тензора упругих напряжений; G и K - модуль сдвига и модуль объемной деформации; δ_{ij} - символ Кронекера; $\Delta\varepsilon_{ij}^e$ - приращение тензора упругой деформации.

Таким образом, при использовании модели Сар необходимо определить экспериментально восемь параметров для описания неупругого поведения материала и четыре параметра E, ν, G, K для описания упругого поведения материала. Начальные значения G и K могут быть определены с использованием опытных значений E, ν из выражений

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}.$$

3. Численное моделирование испытаний песчаного основания жестким штампом. Целью данного этапа исследований являлась численная реализация задачи внедрения в песчаный грунт штампа вплоть до предельной нагрузки по устойчивости песчаного основания.

На первом этапе расчеты выполнялись с использованием программы ANSYS, модели грунта Друкера-Прагера и ассоциированного закона течения. Решение уравнений движения выполнено методом Лагранжа. Расчеты были выполнены для трех случаев нагружения, моделируя испытания песка штампом при центральной и внецентренной нагрузке. Во всех случаях расчетная осадка штампа (рис. 4 г) практически линейно зависит от нагрузки до опытных значений нагрузок, соответствующих потере устойчивости основания. Фактически реализовать предельное состояние в расчетах не удалось, несмотря на то, что в песке основания пластические деформации сдвига (рис. 4 в) имели место и

развивались прогрессивно по мере роста внешней нагрузки.

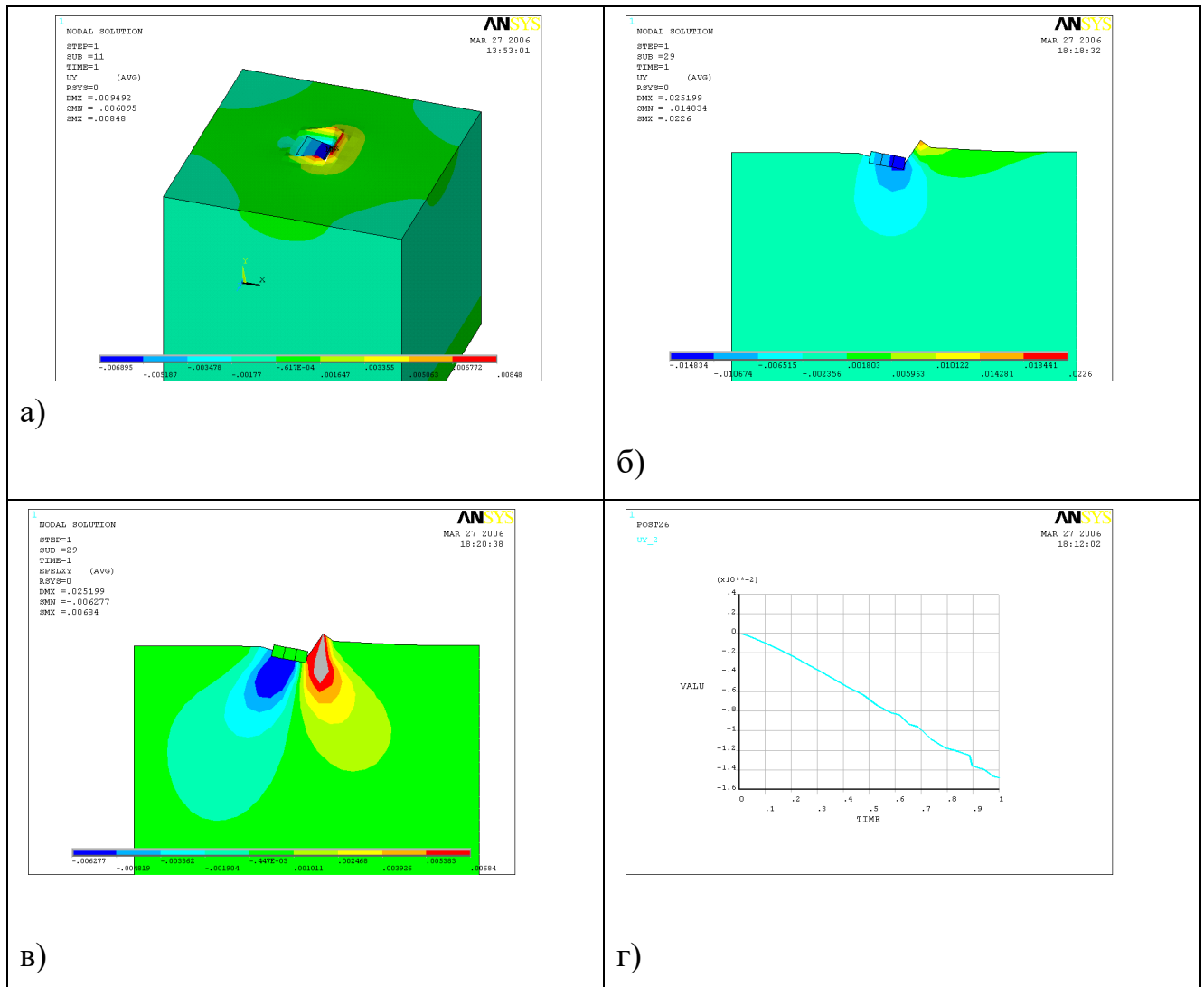


Рис. 4. Некоторые результаты расчета песчаного основания при эксцентриситете нагрузки 5 см с использованием модели грунта Друкера-Прагера и программы ANSYS: а – модель основания; б – вертикальные перемещения; в – пластические деформации сдвига; г – зависимость осадки штампа от нагрузки

На втором этапе была использована программа LS-DYNA, но расчеты были выполнены для условий плоской деформации. В решении был использован многокомпонентный подход Лагранжа-Эйлера, реализованный в программе LS-DYNA, в сочетании с CAP-моделью. Некоторые результаты математического

моделирования представлены на рис. 5, 6 для модели центрально нагруженного штампа, а на рис. 7, 8 для штампа при внецентренном нагружении. Нагружение штампа выполнялось непрерывно с заданной скоростью 0,2 м/с.

На рис. 5 показаны распределения модуля скорости в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени. Изменение характера распределений при увеличении вертикальной нагрузки свидетельствуют о появлении, расширении и взаимодействии области пластических деформаций с боковыми стенками лотка (рис. 5 б, в). Под штампом имеется область грунта, которая движется со скоростью 0,2 м/с (рис. 5, а, б, в), равная скорости движения штампа. Эта область изменяет свой объем по мере роста внешней нагрузки и совпадает по форме с уплотненным грунтовым телом, наблюдаемым в опытах.

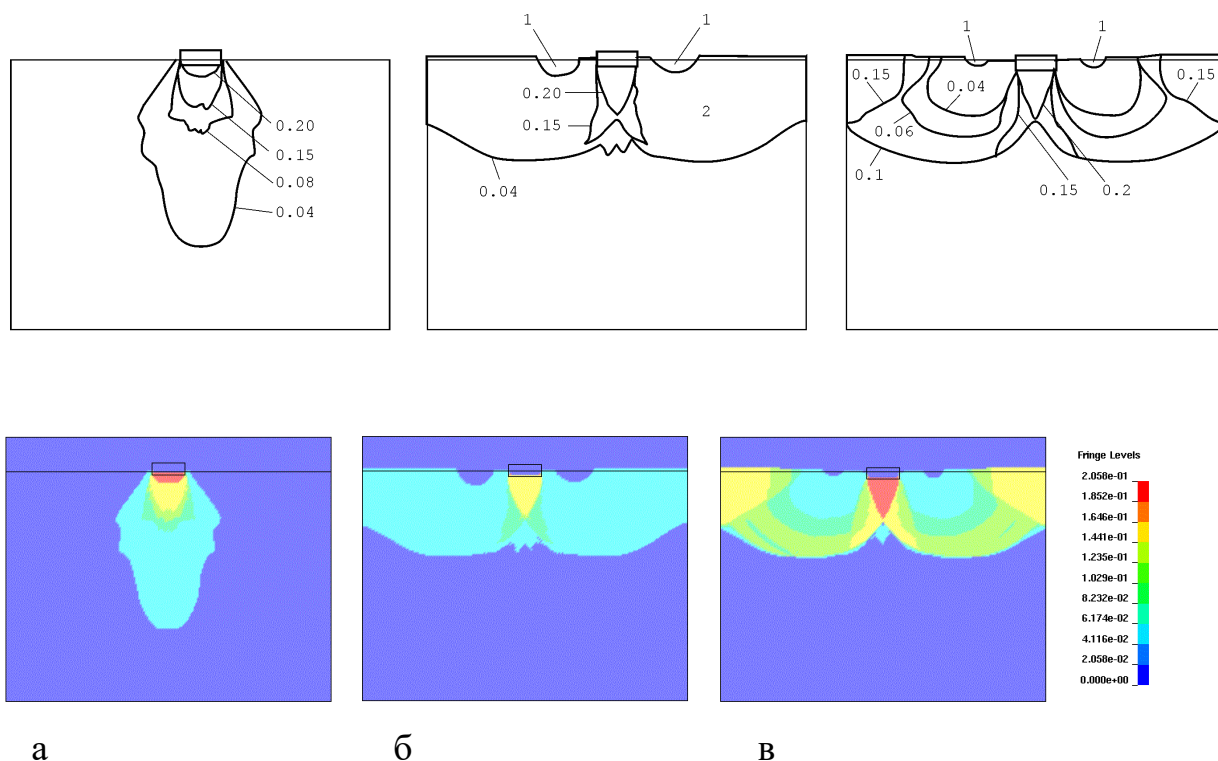


Рис. 5. Распределение модуля скорости (м/с) в расчетной области:
а, б, в – вертикальное перемещение плиты 2,1; 3,1 и 4,1 см соответственно

На рис. 5 б, в показана область 1, которая не перемещается с ростом осадки штампа. Размер данной, как бы «зависшей» области песка изменяется с ростом осадки штампа, уменьшаясь с ее возрастанием.

Распределения плотности песка основания в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени показаны на рис. 6. Начальная плотность песка $1,614 \text{ г/см}^3$. По мере роста осадки штампа плотность песка или уменьшается до $1,600 \text{ г/см}^3$ или возрастает до $1,620 \text{ г/см}^3$ в массиве под штампом. В зоне уплотнения она достигает значения $1,620 \text{ г/см}^3$, а в зоне максимального расширения значения в $1,600 \text{ г/см}^3$. Зона уплотнения имеет очертание в форме столба, а зона расширения в виде полос.

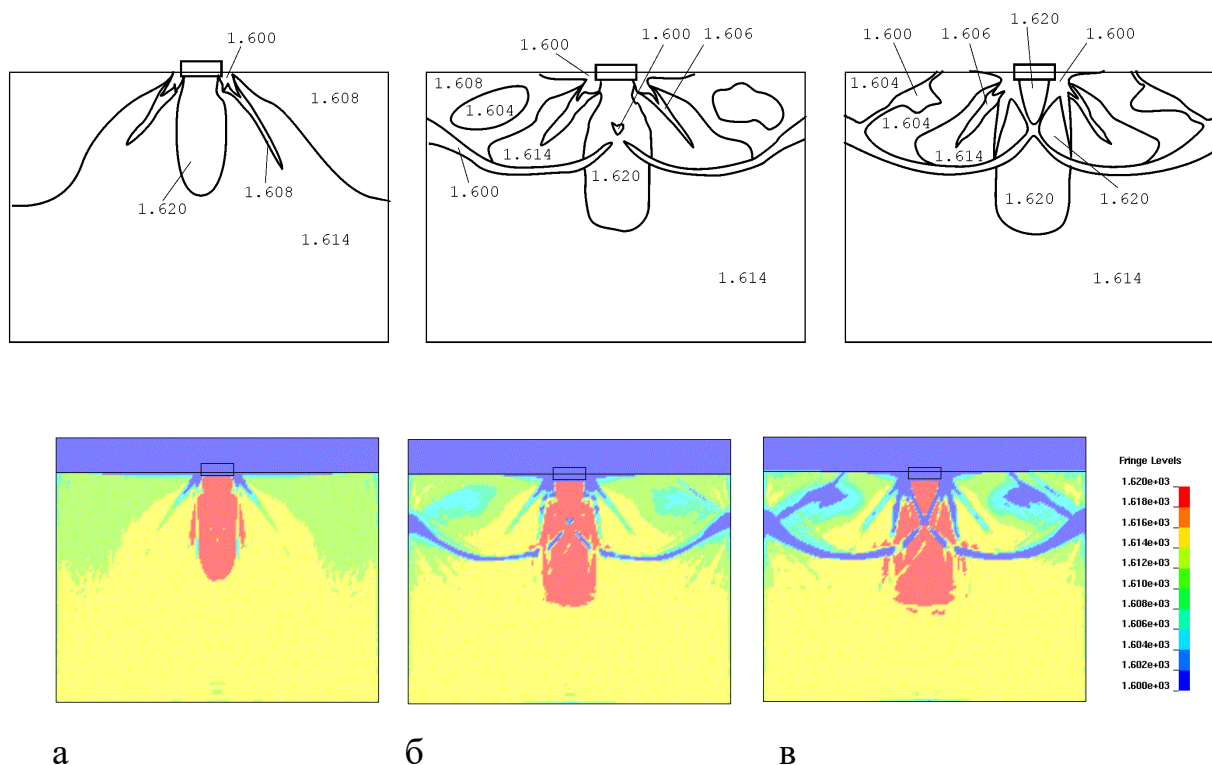


Рис. 6. Распределение плотности (г/см^3) в расчетной области: а, б, в вертикальное перемещение плиты 2,1, 3,1 и 4,1 см соответственно

На рис. 7 приведены результаты измерения полей деформаций в песчаном основании в условиях плоской задачи /11/. Из рис. 7 а видно, что деформации

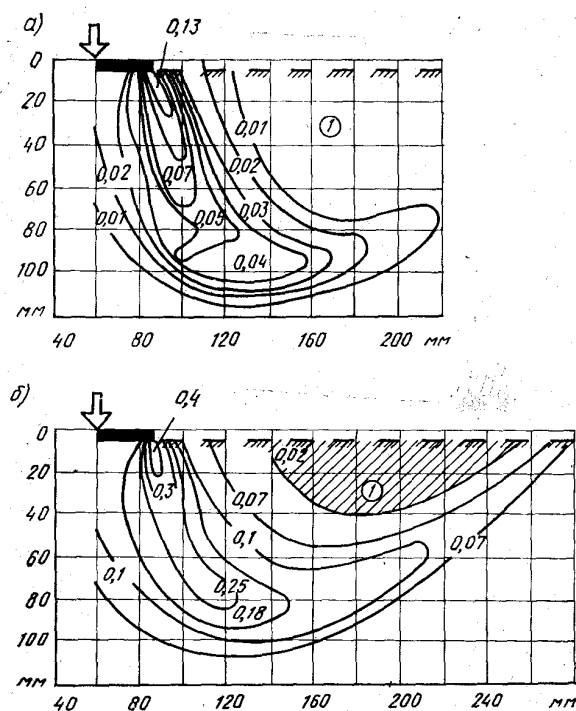


Рис. 7. Изолинии деформаций сдвига при осадке штампа, равной: а – вблизи предельной нагрузки; б – за предельной по устойчивости нагрузки

сдвига зарождаются в углах штампа и распространяются вниз и в сторону, а максимальные их значения локализуются в пределах сравнительно узкой полосы. Пошаговое нагружение приводит к прогрессирующему развитию полосы сдвига, край которой смещается вправо из под штампа в направлении к свободной поверхности песчаного основания. На этом же рисунке показана область 1, в которой на всех ступенях нагружения отсутствуют деформации сдвига. Она примыкает к свободной поверхности основания, а ее объем с ростом нагрузки уменьшается вследствие развития деформаций сдвига на нижней границе. Опыты показали, что при нагрузке близкой к предельной по устойчивости, в основании под штампом преобладают объемные деформации расширения песка и только в небольшой зоне под штампом наблюдаются

объемные деформации сжатия. Наиболее интенсивное расширение песка наблюдается по направлению развития максимальных деформаций сдвига.

Подобный характер деформации песчаного основания получен в результате численного расчета. На рис. 5 б, в показана область 1, которая не перемещается, а ее объем уменьшается с ростом нагрузки. На рис. 6 а, б, в видны зоны уплотнения и расширения песка. На начальных ступенях нагружения (рис. 6 а) *деформации сдвига первого вида*, вызывающие расширение песка также, как и в опытах развиваются от углов штампа. В песке преобладают деформации уплотнения, преимущественно в пределах столба ограниченного шириной штампа, а по глубине равной $(3-4)b$, где b – ширина штампа. Плотность песка в данной области в среднем равна $1,620 \text{ г/см}^3$. При нагрузке более 30% от предельной (рис. 6 б) возникают *деформации сдвига второго вида* (от вершины «упругого грунтового ядра») на вертикальной оси симметрии на глубине, равной $1,5b$. Узкая зона расширения песка (плотность $1,600 \text{ г/см}^3$) достигает поверхности основания. Далее с ростом нагрузки (рис. 6 в) деформации сдвига первого и второго вида объединяются в две полосы разделяющие зону уплотнения симметрично на четыре части. Первая под штампом по своей сути является так называемым уплотненным грунтовым телом, (иногда, «упругим грунтовым ядром») которое было выявлено ранее экспериментально М.В.Малышевым (1951), М.Ш.Минцковским (1959) и др. Следует отметить, что и в предельном состоянии в столбе грунта под штампом имеет место уплотнение песка, несмотря на то, что он разделен на части полосами сдвига.

Интересно отметить тот факт, что характер деформации песчаного основания определенный численно очень похож на сетку линий скольжения аналитического решения теории предельного равновесия В.В.Соколовского /12/. Из рис. 6 в видно, что если принять полосу сдвига исходящую из угла штампа и выходящую на поверхность основания за первое семейство линий

скольжения, то веер вторых полос исходящих из угла штампа радиально, представляет второе семейство линий скольжения по В.В.Соколовскому.

Подобный характер деформации песчаного основания наблюдается и при внецентренном приложении нагрузки (рис. 8, 9). Выпор грунта односторонний.

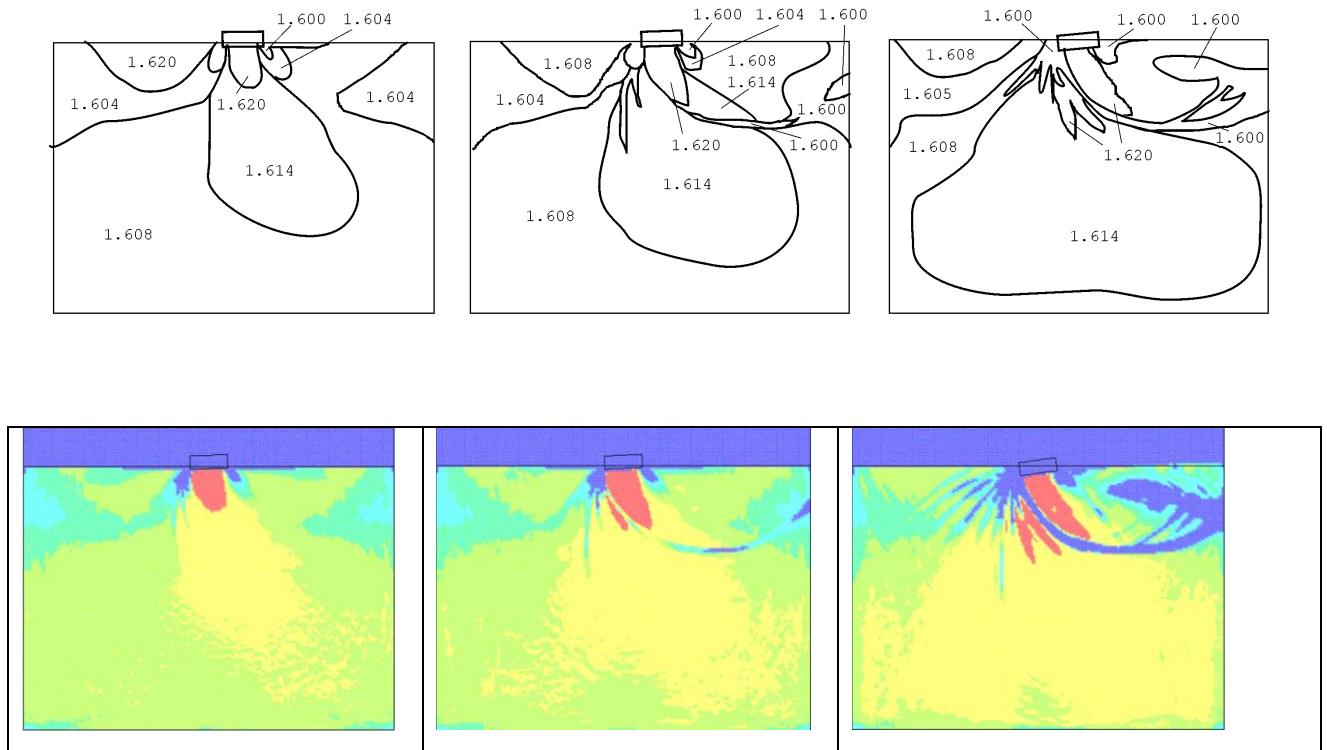
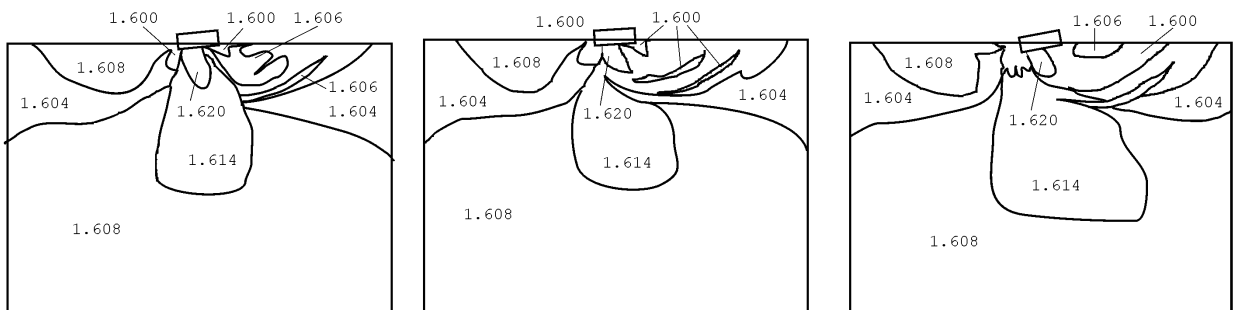


Рис. 8. Распределение плотности (г/см^3) в расчетной области при эксцентриситете нагрузки 5 см



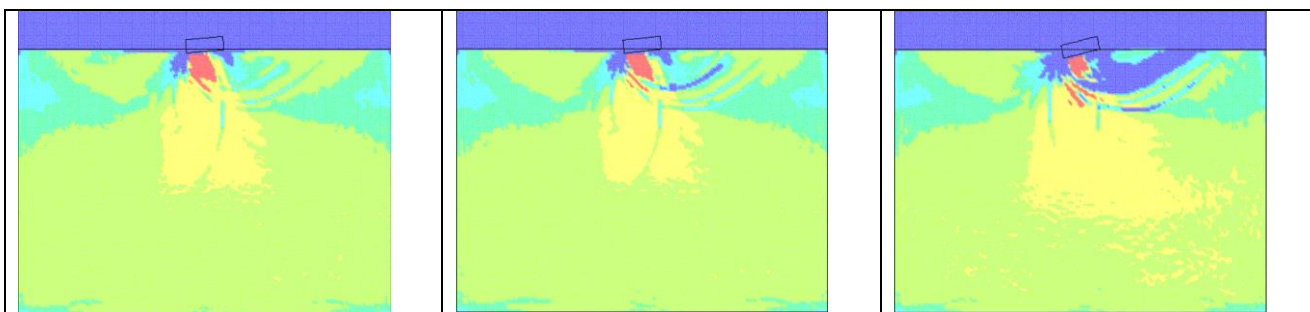


Рис. 9. Распределение плотности (г/см^3) в расчетной области при эксцентриситете нагрузки 10 см

Размер призмы выпора уменьшается с ростом эксцентриситета внешней нагрузки, точно также как и значение предельной нагрузки (рис. 10). На рис. 8, 9 начальная плотность песка основания $1,608 \text{ г/см}^3$.

График зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты показан на рис. 10. График имеет явно выраженный нелинейный характер.

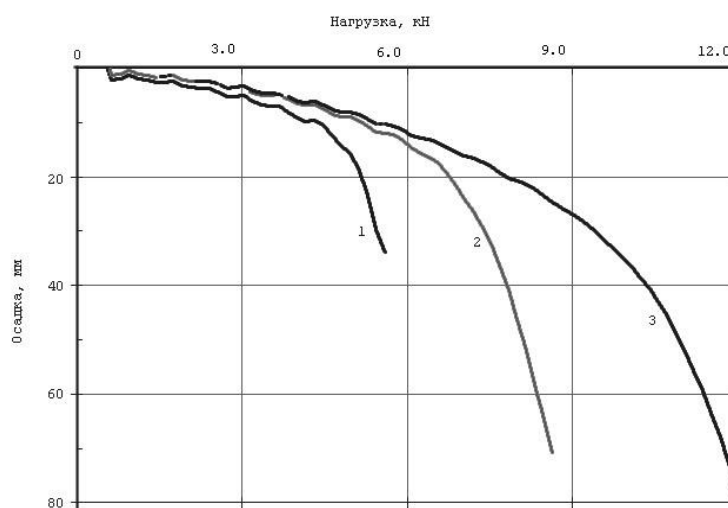


Рис. 10. Графики зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты ; 1, 2; 3 – эксцентриситет 10, 5 и 0 см соответственно

Литература

1. Belytschko Ted, Wing Kam Liu, Brian Moran. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, 2000.
2. ANSYS Theoretical Manual. www.cadfem.ru.
3. LS-DYNA Theoretical Manual. www.cadfem.ru.
4. Di Y., Sato T. Computational Modelling of Large Deformation of Saturated Soils Using an ALE Finite Element Method. Annuals of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 47 C, 2004.
5. Di Y., Sato T. Remapping Scheme in ALE Method for Liquefaction Simulation. 16 th ASCE Engineering Mechanics Conference. July 16-18, 2003, University of Washington, Seattle.
6. Nazem M., Sheng D. Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Consolidation Problems in Geomechanics. VIII International Conference on Computational Plasticity. COMPLAS VIII. Eds.: E.Onate, D.R.J.Owen, Barcelona, 2005.
7. Li S., Liu W.K. Numerical simulation of strain localization in inelastic solids using mesh-free methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000. No. 48, 1285-1309 pp.
8. Murakami A., Arimoto S., Setsuyasu T., Nishiyama T. Mesh-Free Method for Predicting the Behavior of Saturated Soil. In: Geomechanics. Testing, Modelling, and Simulation, 2005. 664-672 pp.
9. Ставницер Л.Р., Карпенко В.П. Лабораторное изучение устойчивости песчаного основания при вибрации. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1977, № 2, с. 26 – 28.
10. Комплекс измерительно-вычислительный АСИС. Руководство пользователя. - Пенза, «Геотек», 2002. www.geotek.ru.
11. Болдырев Г.Г., Никитин Е.В. Деформация песка в основании полосового штампа. «Основания, фундаменты и механика грунтов». № 1, 1987. с. 26-28.

12. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. – М.: 3-е изд. – 1960.